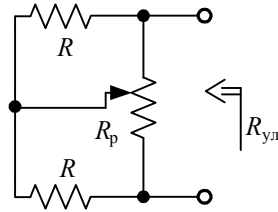


I област

1. Израчунати могући опсег улазне отпорности мреже приказане на слици 1 ако је $R = R_p = 12 \Omega$.

Решење:

- a) $6 \Omega \leq R_{ул} \leq 8 \Omega$
- b) $4 \Omega \leq R_{ул} \leq 12 \Omega$
- c) $4 \Omega \leq R_{ул} \leq 8 \Omega$
- d) $6 \Omega \leq R_{ул} \leq 12 \Omega$
- e) ниједан од понуђених одговора



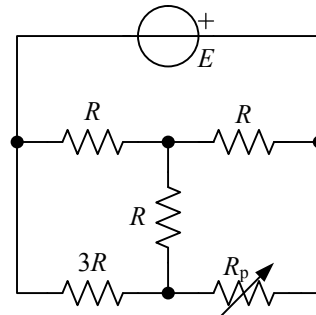
Слика 1.

I област

2. У колу сталне струје приказаном на слици 2 познато је E и R , а отпорност променљивог отпорника је у опсегу $0 \leq R_p < \infty$. Одредити максималну снагу идеалног напонског генератора.

Решење:

- a) $P_E = \frac{2E^2}{R}$
- b) $P_E = \frac{5E^2}{9R}$
- c) $P_E = \frac{2E^2}{3R}$
- d) $P_E = \frac{E^2}{R}$
- e) ниједан од понуђених одговора



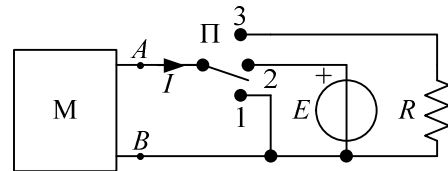
Слика 2.

II област

3. У колу сталне струје приказаном на слици 3 мрежа М се састоји од напонских и струјних генератора и од линеарних отпорника. Познате су емс $E = 20 \text{ V}$ и отпорност $R = 10 \Omega$. Када је преклопник П у положају 1, тада је $I^{(1)} = 2 \text{ A}$, а када је преклопник П у положају 2, тада је $I^{(2)} = 0$. Израчунати снагу отпорника R када је преклопник П у положају 3.

Решење:

- a) $P_R = 80 \text{ W}$
- b) $P_R = 40 \text{ W}$
- c) $P_R = 20 \text{ W}$
- d) $P_R = 10 \text{ W}$
- e) ниједан од понуђених одговора



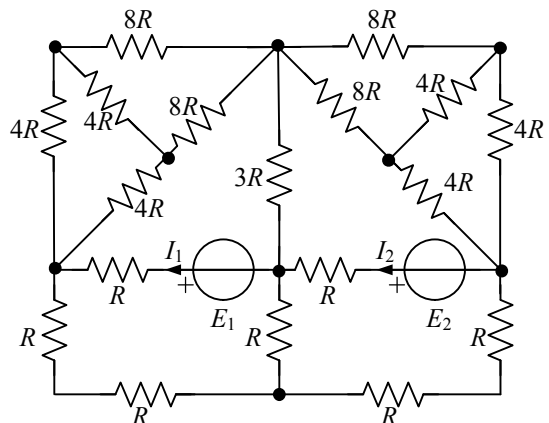
Слика 3.

II област

4. Када је у колу сталне струје приказаном на слици 4 $E_1^{(1)} = 7 \text{ V}$ и $E_2^{(1)} = 3 \text{ V}$, тада је $I_1^{(1)} = 5 \text{ mA}$. Одредити струју $I_2^{(2)}$ када је $E_1^{(2)} = 1 \text{ V}$ и $E_2^{(2)} = 9 \text{ V}$.

Решење:

- a) $I_2 = 2 \text{ mA}$
- b) $I_2 = 3 \text{ mA}$
- c) $I_2 = 6 \text{ mA}$
- d) $I_2 = 7 \text{ mA}$
- e) ниједан од понуђених одговора



Слика 4.

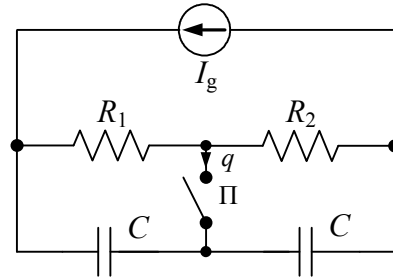
III област

5. У колу на слици 5 струја генератора је стална, $I_g = 1 \text{ mA}$, а познато је и $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ и $C = 1 \mu\text{F}$.

При отвореном прекидачу П, кондензатори су неоптерећени укључени у коло и успостављено је прво стационарно стање. Затим се прекидач П затвори и успостави се друго стационарно стање. Израчунати проток q кроз прекидач од првог до другог стационарног стања.

Решење:

- a) $q = -2 \mu\text{C}$
- b) $q = 2 \mu\text{C}$
- c) $q = -1 \mu\text{C}$
- d) $q = 1 \mu\text{C}$
- e) ниједан од понуђених одговора



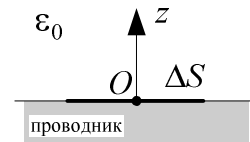
Слика 5.

III област

6. Вектор електричне силе $\Delta\mathbf{F}$ делује на део равне површи, површине ΔS , проводног тела у вакууму (видети слику 6). Одредити израз за интензитет електричног поља $|\mathbf{E}|$ непосредно уз површ проводника у вакууму.

Решење:

- a) $|\mathbf{E}| = \sqrt{\frac{\Delta\mathbf{F} \cdot \mathbf{i}_z}{2\varepsilon_0\Delta S}}$
- b) $|\mathbf{E}| = \sqrt{\frac{2\Delta\mathbf{F} \cdot \mathbf{i}_z}{\varepsilon_0\Delta S}}$
- c) $|\mathbf{E}| = \sqrt{\frac{4\Delta\mathbf{F} \cdot \mathbf{i}_z}{\varepsilon_0\Delta S}}$
- d) $|\mathbf{E}| = \sqrt{\frac{\Delta\mathbf{F} \cdot \mathbf{i}_z}{4\varepsilon_0\Delta S}}$
- e) ниједан од понуђених одговора



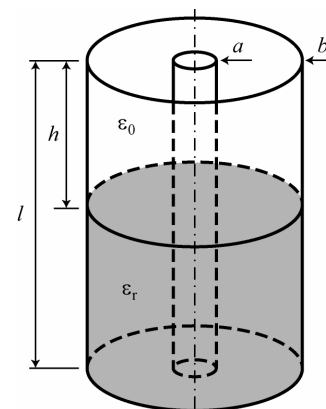
Слика 6.

IV област

7. Коаксијални кондензатор, полупречника електрода a и b и дужине l (слика 7), до висине $l-h$ је испуњен хомогеним диелектриком релативне пермитивности ε_r , а остатак је испуњен ваздухом. Кондензатор је прикључен на сталан напон U . Одредити енергију W_e овог кондензатора. Занемарити ивичне ефекте.

Решење:

- a) $W_e = \frac{2\pi\varepsilon_0(h + \varepsilon_r(l-h))}{\ln(b/a)} U$
- b) $W_e = \frac{2\pi\varepsilon_0(h(1 + \varepsilon_r) + l)}{\ln(b/a)} U$
- c) $W_e = \frac{\pi\varepsilon_0(h + \varepsilon_r(l-h))}{\ln(b/a)} U^2$
- d) $W_e = \frac{\pi\varepsilon_0(h(1 + \varepsilon_r) + \varepsilon_r l)}{\ln(b/a)} U^2$
- e) ниједан од понуђених одговора



Слика 7.

IV област

8. Ваздушни сферни кондензатор, полупречника електрода a и b , садржи купасту подметач од чврстог диелектрика испод унутрашње електроде, као на слици 8. Изводнице подметача се стичу у средишту кондензатора и захватају угао α са симетралом подметача. Релативна пермитивност подметача је ϵ_r . Укупно наелектрисање унутрашње електроде је Q . Одредити укупно везано наелектрисање на спољашњој електроди кондензатора.

Решење:

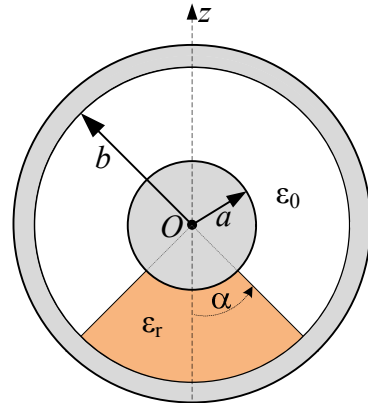
$$a) Q_p = \frac{(1 - \epsilon_r)Q(1 - \cos \alpha)}{\epsilon_r(1 - \cos \alpha) + 1 + \cos \alpha}$$

$$b) Q_p = \frac{(\epsilon_r - 1)Q(1 - \cos \alpha)}{\epsilon_r(1 - \cos \alpha) + 1 + \cos \alpha}$$

$$c) Q_p = \frac{(1 - \epsilon_r)Q(1 - \cos \alpha)}{2\epsilon_r}$$

$$d) Q_p = \frac{(\epsilon_r - 1)Q(1 - \cos \alpha)}{2\epsilon_r}$$

e) ниједан од понуђених одговора



Слика 8.

V област

9. Танка жичана контура са сталном струјом јачине I налази се у вакууму. Контура се састоји из полукружног дела, полупречника a , који лежи у Oxy равни и два праволинијска дела који леже у Oyz равни, као на слици 9. Одредити израз за вектор магнетске индукције у центру полукруга (тачки O).

Решење:

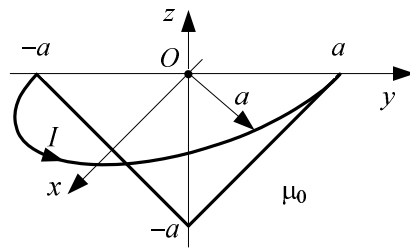
$$a) \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{a} \left(\frac{1}{4} \mathbf{i}_x - \frac{1}{\pi} \mathbf{i}_z \right)$$

$$b) \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{a} \left(\frac{1}{\pi} \mathbf{i}_x - \frac{1}{4} \mathbf{i}_z \right)$$

$$c) \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{a} \left(-\frac{1}{4} \mathbf{i}_x + \frac{1}{\pi} \mathbf{i}_z \right)$$

$$d) \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{a} \left(-\frac{1}{\pi} \mathbf{i}_x + \frac{1}{4} \mathbf{i}_z \right)$$

e) ниједан од понуђених одговора



Слика 9.

V област

10. Пречници проводника симетричног, ваздушног двожишног вода су $2a$, растојање између њихових оса је $40a$, а дужина вода је $5000a$ (слика 10). На један крај вода прикључен је идеални струјни генератор сталне струје I_g , а други крај вода је затворен отпорником непознате отпорности R . Одредити израз за отпорност тог отпорника тако да резултанта електричних и магнетских сила које делују на један проводник вода буде нула. Сматрати да је отпорност проводника вода занемарљива.

Решење:

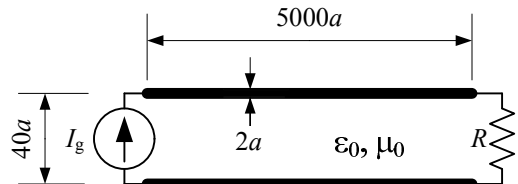
$$a) R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln 40$$

$$b) R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln 40$$

$$c) R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln 20$$

$$d) R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln 20$$

e) ниједан од понуђених одговора

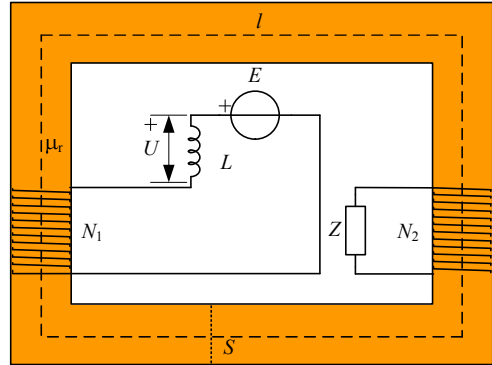


Слика 10.

VI област

11. На магнетском језгру, приказаном на слици 11, релативне пермеабилности $\mu_r = 50$, намотана су два намотаја. Примарни намотај има $N_1 = 500$ завојака, а секундарни $N_2 = 1000$ завојака. Површина попречног пресека језгра је $S = 4 \text{ cm}^2$, а средњи обим је $l = 16 \text{ cm}$. Расипање је занемарљиво. У колу је успостављен простопериодични режим кружне учестаности $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$. Израчунати комплексну импедансу \underline{Z} тако да ефективна вредност напона U буде минимална.

- Решење:
- a) $\underline{Z} = -j250 \Omega$
 - b) $\underline{Z} = -j500 \Omega$
 - c) $\underline{Z} = -j750 \Omega$
 - d) $\underline{Z} = -j1000 \Omega$
 - e) ниједан од понуђених одговора

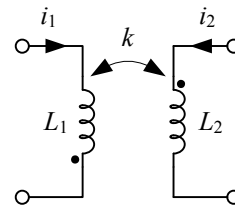


Слика 11.

VI област

12. Индуктивности спрегнутих калемова приказаних на слици 12 су $L_1 = L_2 = 1 \text{ mH}$, а коефицијент спреге је $k = 1$. Струје калемова су простопериодичне: $i_1(t) = 10 \cos \omega t \text{ A}$ и $i_2(t) = 10\sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/4) \text{ A}$, где је $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$. Израчунати магнетску енергију ових калемова у тренутку $t = 0$.

- Решење:
- a) $W_m = -25 \text{ mJ}$
 - b) $W_m = 25 \text{ mJ}$
 - c) $W_m = 50 \text{ mJ}$
 - d) $W_m = 0$
 - e) ниједан од понуђених одговора

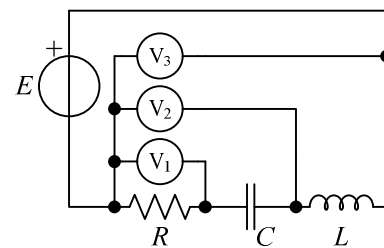


Слика 12.

VII област

13. Ефективне вредности напона које мере идеални волтметри у колу простопериодичне струје са слике 13 су, редом, $U_1 = 4 \text{ V}$, $U_2 = 5 \text{ V}$ и $U_3 = 6 \text{ V}$. Одредити ефективну вредност напона калема.

- Решење:
- a) $U_L = (\sqrt{5} + 3) \text{ V}$
 - b) $U_L = (3\sqrt{5} - 2) \text{ V}$
 - c) $U_L = (2\sqrt{5} + 3) \text{ V}$
 - d) $U_L = (3 - \sqrt{5}) \text{ V}$
 - e) ниједан од понуђених одговора



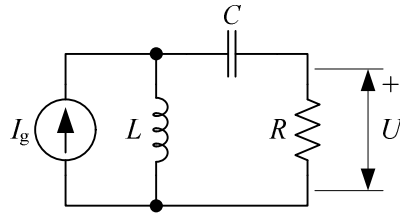
Слика 13.

VII област

14. У колу простопериодичне струје приказаном на слици 14 је $I_g = 10 \text{ mA}$, $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$, $L = 10 \text{ mH}$, $C = 1 \mu\text{F}$ и $R = 100 \Omega$. Израчунати комплексни напон отпорника (\underline{U}).

Решење:

- a) $\underline{U} = 1 \text{ V}$
- b) $\underline{U} = -1 \text{ V}$
- c) $\underline{U} = j \text{ V}$
- d) $\underline{U} = -j \text{ V}$
- e) ниједан од понуђених одговора



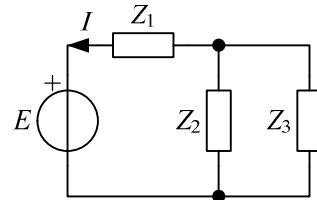
Слика 14.

VIII област

15. За коло простопериодичне струје приказано на слици 15 познато је следеће: комплексна снага генератора је $(300 + j300) \text{ VA}$, почетна фаза струје I је $\pi/2$, количник ефективних вредности струје и напона првог пријемника је $\sqrt{10} \text{ mS}$, реактанса првог пријемника је 300Ω , ефективна вредност струје трећег пријемника је 1 A , реактивна снага паралелне везе другог и трећег пријемника је 0 , активна снага другог пријемника је 80 W , а трећи пријемник је претежно индуктиван. Израчунати комплексну импедансу другог пријемника.

Решење:

- a) $\underline{Z}_2 = (100 - j200) \Omega$
- b) $\underline{Z}_2 = (100 + j200) \Omega$
- c) $\underline{Z}_2 = (200 - j100) \Omega$
- d) $\underline{Z}_2 = (200 + j100) \Omega$
- e) ниједан од понуђених одговора



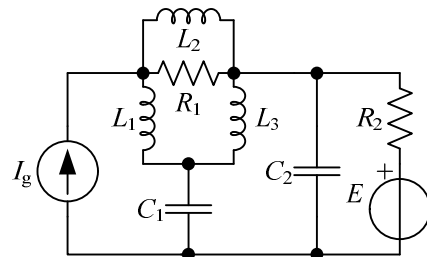
Слика 15.

VIII област

16. За коло простопериодичне струје приказано на слици 16 познато је: $I_g = 2 \text{ mA}$, $E = 1 \text{ V}$, $R_1 = 400 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$, $L_1 = L_2 = L_3 = 1,5 \text{ mH}$ и $C_1 = C_2 = 2 \text{ nF}$. Струја струјног генератора и електромоторна сила напонског генератора су у фази. Кружна учестаност је $\omega = 10^6 \text{ s}^{-1}$. Израчунати ефективну вредност струје отпорника R_2 .

Решење:

- a) $I_{R_2} = 1 \text{ mA}$
- b) $I_{R_2} = 2 \text{ mA}$
- c) $I_{R_2} = 3 \text{ mA}$
- d) $I_{R_2} = 4 \text{ mA}$
- e) ниједан од понуђених одговора

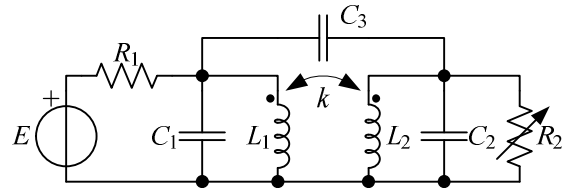


Слика 16.

IX област

17. За коло простопериодичне струје приказано на слици 17 познато је: $E = 10 \text{ V}$, $\omega = 10^9 \text{ s}^{-1}$, $R_1 = 300 \Omega$, $L_1 = 225 \text{ nH}$, $L_2 = 300 \text{ nH}$, $k = \sqrt{3}/3$, $C_1 = \frac{10}{3} \text{ pF}$, $C_2 = \frac{5}{3} \text{ pF}$ и $C_3 = \frac{5}{6} \text{ pF}$. Отпорност променљивог отпорника може бити у границама $100 \Omega < R_2 < 1 \text{ k}\Omega$. Израчунати максималну активну снагу променљивог отпорника.

- Решење:
- a) $P_{2\max} = 50 \text{ mW}$
 - b) $P_{2\max} = 62,5 \text{ mW}$
 - c) $P_{2\max} = 75 \text{ mW}$
 - d) $P_{2\max} = 100 \text{ mW}$
 - e) ниједан од понуђених одговора

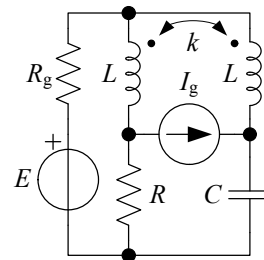


Слика 17.

IX област

18. За коло простопериодичне струје приказано на слици 18 познато је R_g , L и ефективне вредности побудних параметара генератора (E и I_g). Кружна учестаност је $\omega = \frac{\sqrt{3}R_g}{L}$, а спрега калемова је савршена. Одредити отпорност отпорника R и капацитивност кондензатора C тако да се на отпорнику R развије максимална могућа активна снага.

- Решење:
- a) $R = 4R_g$, $C = \frac{L}{4R_g^2}$
 - b) $R = 2R_g$, $C = \frac{L}{2R_g^2}$
 - c) $R = \frac{R_g}{4}$, $C = \frac{4L}{R_g^2}$
 - d) $R = \frac{R_g}{2}$, $C = \frac{2L}{R_g^2}$
 - e) ниједан од понуђених одговора

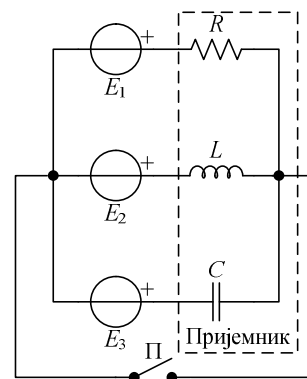


Слика 18.

X област

19. У трофазном колу приказаном на слици 19 електромоторне силе генератора чине инверзан симетричан систем ($\underline{E}_1, \underline{E}_2 = \underline{E}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}}, \underline{E}_3 = \underline{E}_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}}$). Ефективна вредност електромоторне силе је $E = 20 \text{ V}$. Импедансе грана пријемника су $Z_R = Z_L = Z_C = 100 \Omega$. Израчунати прираштај комплексне снаге трофазног пријемника уколико је прекидач П прво затворен, а затим отворен, $\Delta \underline{S} = \underline{S}^{(\text{отворен})} - \underline{S}^{(\text{затворен})}$.

- Решење:
- a) $\Delta \underline{S} = (8 + j8) \text{ VA}$
 - b) $\Delta \underline{S} = -(8 + j8) \text{ VA}$
 - c) $\Delta \underline{S} = 8 \text{ VA}$
 - d) $\Delta \underline{S} = -8 \text{ VA}$
 - e) ниједан од понуђених одговора



Слика 19.

X област

20. У колу са слике 20 електромоторне силе идеалних напонских генератора E_1 , E_2 и E_3 образују симетричан

директан трофазни систем ($\underline{E}_1, \underline{E}_2 = \underline{E}_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \underline{E}_3 = \underline{E}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}}$). Познати су кружна учестаност ω , ефективна вредност емс E и отпорност R . Одредити индуктивност калема и капацитивност кондензатора тако да сваки од три идеална напонска генератора развија само активну снагу.

Решење:

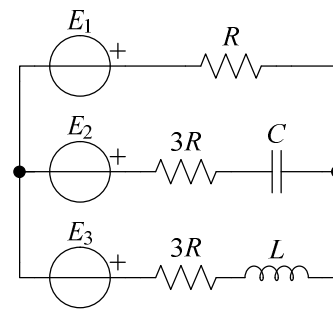
a) $L = \frac{2\sqrt{3}R}{3\omega}, C = \frac{\sqrt{3}}{2\omega R}$

b) $L = \frac{\sqrt{3}R}{3\omega}, C = \frac{\sqrt{3}}{\omega R}$

c) $L = \frac{\sqrt{3}R}{6\omega}, C = \frac{2\sqrt{3}}{\omega R}$

d) $L = \frac{\sqrt{3}R}{\omega}, C = \frac{\sqrt{3}}{3\omega R}$

e) ниједан од понуђених одговора



Слика 20.